Wydział Elektryczny
Katedra Elektrotechniki Teoretycznej i Metrologii

Materiały do wykładu z przedmiotu:
Informatyka
Kod: EDS1A1 007

WYKŁAD NR 6

Opracował: dr inż. Jarosław Forenc

Białystok 2018

Materiały zostały opracowane w ramach projektu „PB2020 - Zintegrowany Program Rozwoju Politechniki Białostockiej” realizowanego w ramach Działania 3.5 Programu Operacyjnego Wiedza, Edukacja, Rozwój 2014-2020 współfinansowanego ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego.

Plan wykładu nr 6

- Algorytmy komputerowe
  - definicje, sposoby opisu
  - rekurencja
  - złożoność obliczeniowa
  - algorytmy sortowania (proste wstawianie, proste wybieranie, bąbelkowe, quick-sort)
- Klasyfikacja systemów komputerowych (Flynna)

Algorytm - definicje

Definicja 1

- Skończony, uporządkowany ciąg jasno zdefiniowanych czynności, koniecznych do wykonania pewnego zadania

Definicja 2

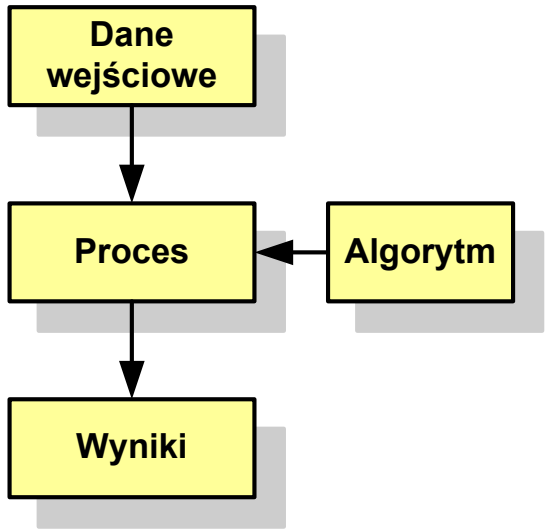
- Opis rozwiązania problemu wyrażony za pomocą operacji zrozumiałych i możliwych do zrealizowania przez wykonawcę

Definicja 3

- Ściśle określona procedura obliczeniowa, która dla właściwych danych wejściowych zwraca żądane dane wyjściowe zwane wynikiem działania algorytmu

Definicja 4

- Metoda rozwiązania zadania



Algorytmy

- Słowo „algorytm” pochodzi od nazwiska Muhammada ibn-Musy al-Chuwarizmiego (po łacinie pisanego jako Algorismus), matematyka perskiego z IX wieku
- Badaniem algorytmów zajmuje się algorytmika
- Algorytm może zostać zaimplementowany w postaci programu komputerowego
- Przetłumaczenie algorytmu na wybrany język programowania nazywane jest też kodowaniem algorytmu
- Ten sam algorytm może być zaimplementowany (zakodowany) w różny sposób przy użyciu różnych języków programowania.

Podstawowe cechy algorytmu

- Posiada dane wejściowe (w ilości większej lub równej zero) pochodzące z dobrze zdefiniowanego zbioru
- Zwraca wynik
- Jest precyzyjne zdefiniowany (każdy krok algorytmu musi być jednoznacznie określony)
- Poprawność (dla każdego z założonego dopuszczalnego zestawu danych wejściowych)
- Kończy działanie po skończonej liczbie kroków (powinna istnieć poprawnie działająca reguła stopu algorytmu)
- Efektywność (jak najkrótszy czas wykonania i jak najmniejsze zapotrzebowanie na pamięć).

Sposoby opisu algorytmów

1. Opis słowny w języku naturalnym lub w postaci listy kroków (opis w punktach)
2. Schemat blokowy
3. Pseudokod (nieformalna odmiana języka programowania)
4. Wybrany język programowania

Opis słowny algorytmu

- Podanie kolejnych czynności, które należy wykonać, aby otrzymać oczekiwany efekt końcowy
- Przypomina przepis kulinarny z książki kucharskiej lub instrukcję obsługi urządzenia, np.

Algorytm:	Tortilla („Podróże kulinarne” R. Makłowicza)
Dane wejściowe:	0,5 kg ziemniaków, 100 g kiełbasy Chorizo, 8 jajek
Dane wyjściowe:	gotowa Tortilla
Opis algorytmu:	Ziemniaki obrać i pokroić w plasterki. Kiełbasę pokroić w plasterki. Ziemniaki wrzucić na gorącą oliwę na patelni i przyrumienić z obu stron. Kiełbasę wrzucić na gorącą oliwę na patelni i przyrumienić z obu stron. Ubić jajka i dodać do połączonych ziemniaków i kiełbasy. Dodać sól i pieprz. Usmażyć z obu stron wielki omlet nadziewany chipsami ziemniaczanymi z kiełbaską.

Lista kroków

- Uporządkowany opis wszystkich czynności, jakie należy wykonać podczas realizacji algorytmu
- Krok jest to pojedyncza czynność realizowana w algorytmie
- Kroki w algorytmie są numerowane, operacje wykonywane są zgodnie z rosnącą numeracją kroków
- Jedynym odstępstwem od powyższej reguły są operacje skoku (warunkowe lub bezwarunkowe), w których jawnie określa się numer kolejnego kroku
- Przykład (instrukcja otwierania wózka-specerówki):

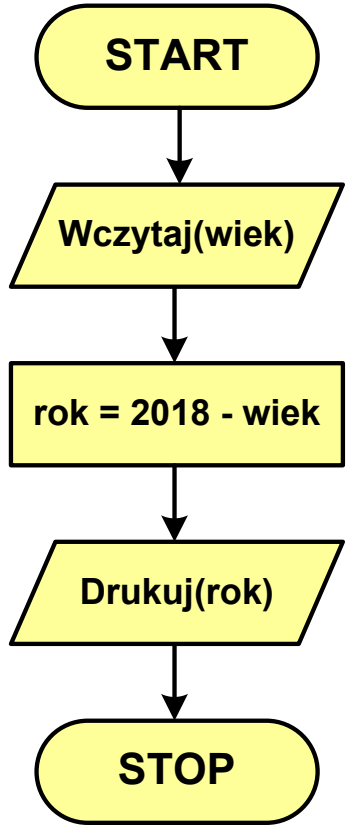
  Krok 1: Zwolnij element blokujący wózek

  Krok 2: Rozkładaj wózek w kierunku kółek

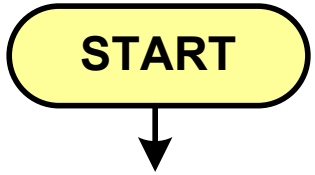
  Krok 3: Naciskając nogą dolny element blokujący aż do zatrzaśnięcia, rozłóż wózek do pozycji przewozowej

Schemat blokowy

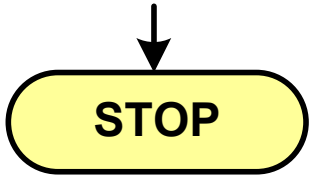
- Zawiera plan algorytmu przedstawiony w postaci graficznej
- Na schemacie umieszczane są bloki oraz linie przepływu (strzałki)
- Blok zawiera informację o wykonywanej operacji
- Linie przepływu (strzałki) określają kolejność wykonywania bloków algorytmu
- Przykład: wyznaczanie roku urodzenia na podstawie wieku (algorytm liniowy)



Schemat blokowy - symbole graficzne

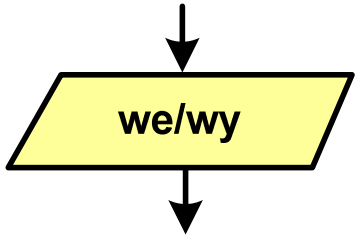


- blok startowy, początek algorytmu
- wskazuje miejsce rozpoczęcia algorytmu
- ma jedno wyjście
- może występować tylko jeden raz

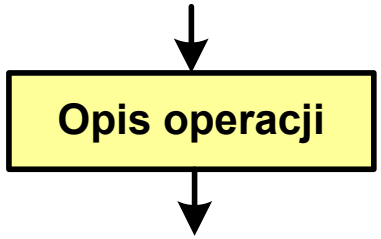


- blok końcowy, koniec algorytmu
- wskazuje miejsce zakończenia algorytmu
- ma jedno wejście
- musi występować przynajmniej jeden raz

Schemat blokowy - symbole graficzne

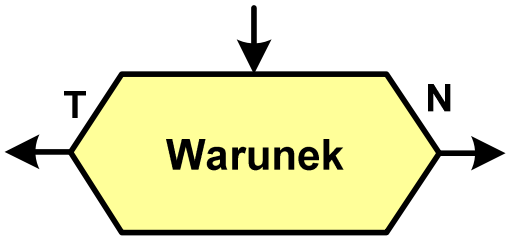


- blok wejścia-wyjścia
- poprzez ten blok wprowadzane są (czytane) dane wejściowe i wyprowadzane (zapisywane) wyniki
- ma jedno wejście i jedno wyjście

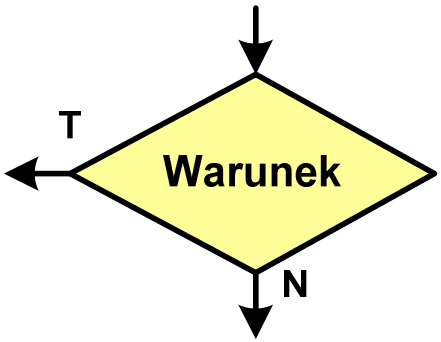


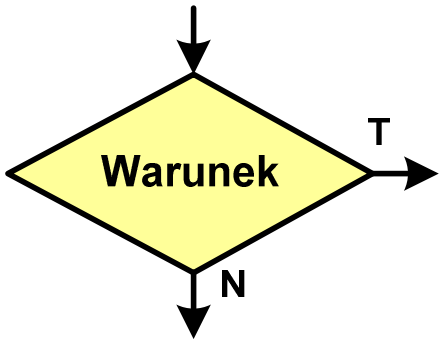
- blok wykonawczy, blok funkcyjny, opis procesu
- zawiera jedno lub kilka poleceń (elementarnych instrukcji) wykonywanych w podanej kolejności
- instrukcją może być np. operacja arytmetyczna, podstawienie
- ma jedno wejście i jedno wyjście

Schemat blokowy - symbole graficzne

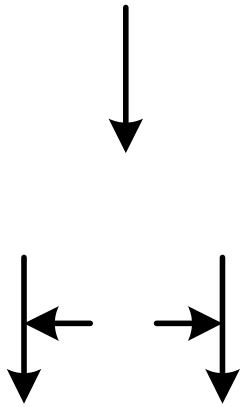


- blok warunkowy (decyzyjny, porównujący)
- wewnątrz bloku umieszcza się warunek logiczny
- na podstawie warunku określana jest tylko jedna droga wyjściowa
- połączenia wychodzące z bloku:
  - T lub TAK - gdy warunek jest prawdziwy
  - N lub NIE - gdy warunek nie jest prawdziwy
- wyjścia mogą być skierowane na boki lub w dół

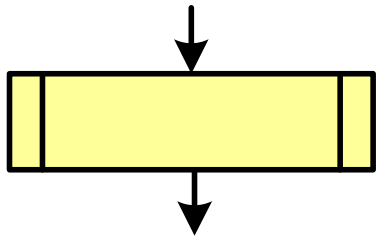




Schemat blokowy - symbole graficzne

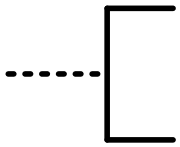


- linia przepływu, połączenie, linia
- występuje w postaci linii zakończonej strzałką
- określa kierunek przemieszczania się po schemacie
- łączy inne bloki występujące na schemacie
- linie pochodzące z różnych części algorytmu mogą zbiegać się w jednym miejscu

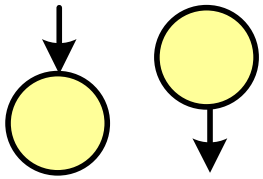


- podprogram
- wywołanie wcześniej zdefiniowanego fragmentu algorytmu (podprogramu)
- ma jedno wejście i jedno wyjście

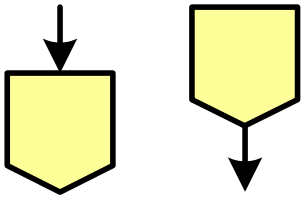
Schemat blokowy - symbole graficzne



- komentarz
- dodanie do schematu dodatkowego opisu



- łącznik stronicowy (wewnętrzny)
- połączenie dwóch odrębnych części schematu znajdujących się na tej samej stronie
- łączniki opisywane są etykietami



- łącznik międzystronicowy (zewnętrzny)
- połączenie dwóch odrębnych części schematu znajdujących się na różnych stronach
- łączniki opisywane są etykietami

Pseudokod i język programowania

Pseudokod:

- Pseudokod (pseudojęzyk) - uproszczona wersja języka programowania
- Często zawiera zwroty pochodzące z języków programowania
- Zapis w pseudokodzie może być łatwo przetłumaczony na wybrany język programowania

Opis w języku programowania:

- Zapis programu w konkretnym języku programowania
- Stosowane języki: Pascal, C, C++, Matlab, Python
  (kiedyś - Fortran, Basic)

Największy wspólny dzielnik - algorytm Euklidesa

- NWD - największa liczba naturalna dzieląca (bez reszty) dwie (lub więcej) liczby całkowite

NWD(1675,3752) = ?

Algorytm Euklidesa - przykład

a	b	Dzielenie większej liczby przez mniejszą	Zamiana
1675	3752	b/a = 3752/1675 = 2 reszta 402	b = 402
1675	402	a/b = 1675/402 = 4 reszta 67	a = 67
67	402	b/a = 402/67 = 6 reszta 0	b = 0
67	0	KONIEC	

NWD(1675,3752) = 67

Algorytm Euklidesa - lista kroków

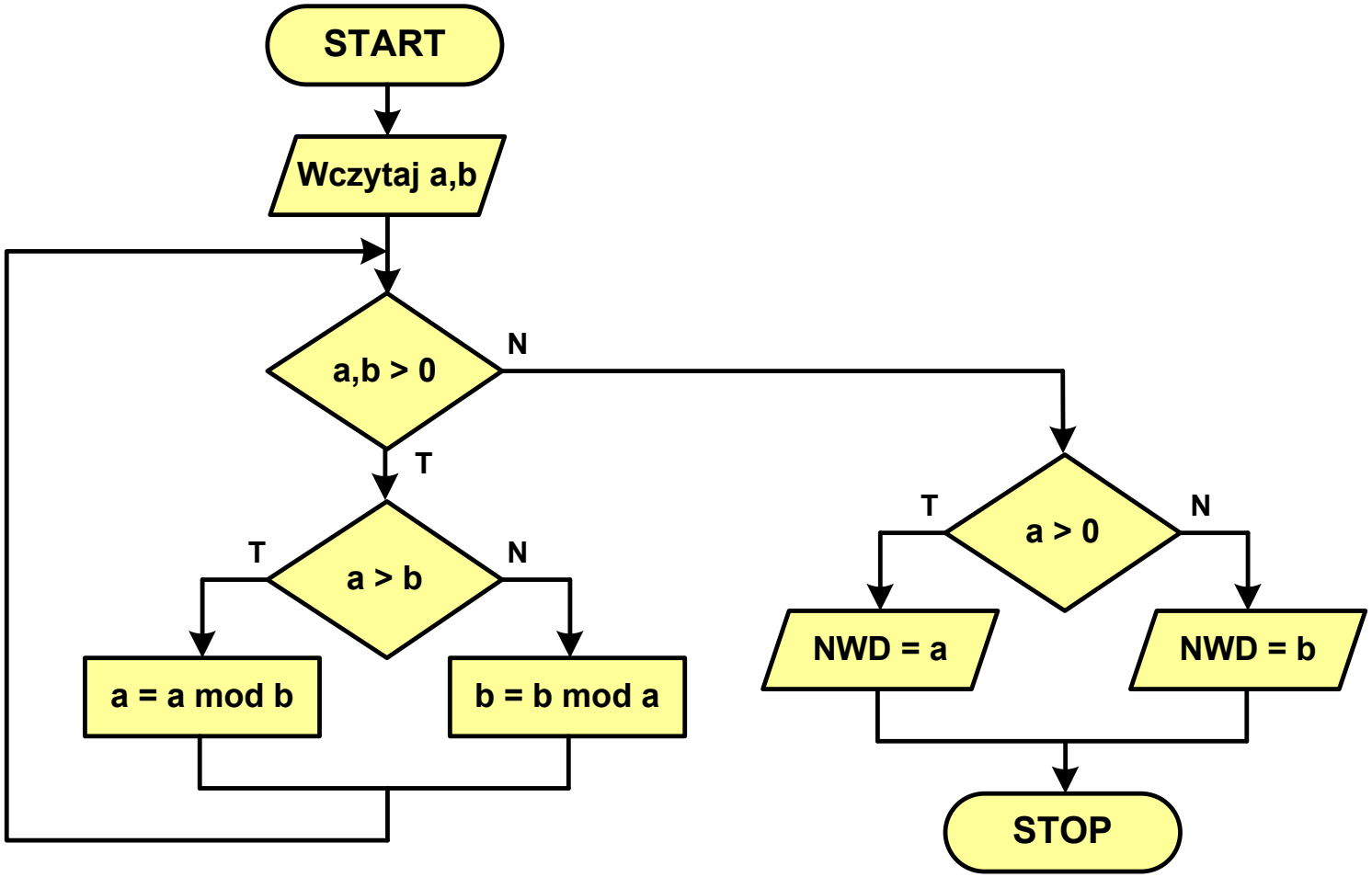
Dane wejściowe: niezerowe liczby naturalne a i b

Dane wyjściowe: NWD(a,b)

Kolejne kroki:

1. Czytaj liczby a i b
2. Dopóki a i b są większe od zera, powtarzaj krok 3, a następnie przejdź do kroku 4
3. Jeśli a jest większe od b, to weź za a resztę z dzielenia a przez b, w przeciwnym razie weź za b resztę z dzielenia b przez a
4. Przyjmij jako największy wspólny dzielnik tę z liczb a i b, która pozostała większa od zera
5. Drukuj NWD(a,b)

Algorytm Euklidesa - schemat blokowy



Algorytm Euklidesa - pseudokod

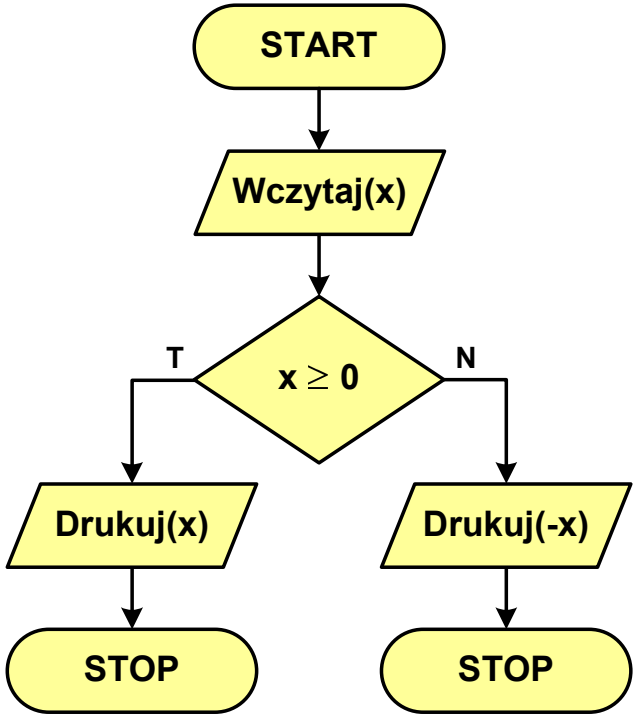
```
NWD(a,b)
while a>0 i b>0
 do if a>b
       then a ← a mod b
       else b ← b mod a
if a>0
   then return a
   else return b
```

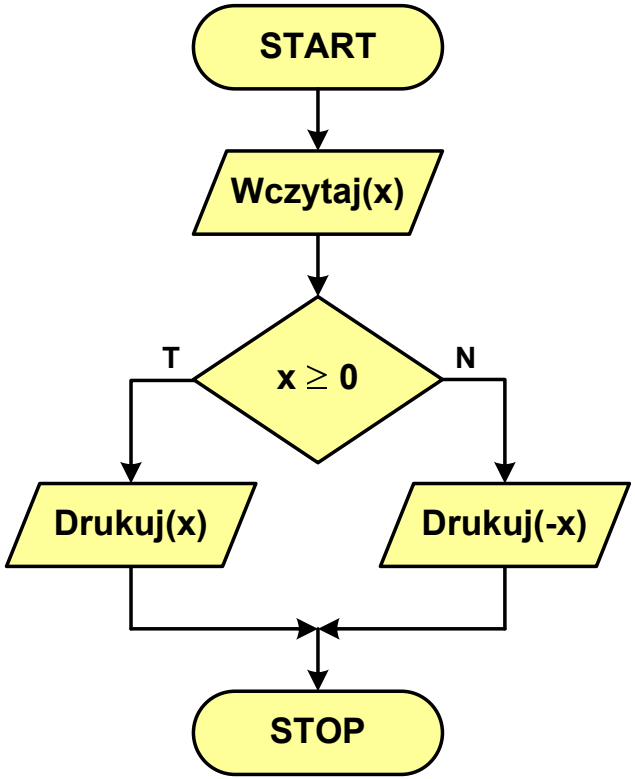
Algorytm Euklidesa - język programowania (C)

```c
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    int a = 1675, b = 3752, NWD;

    while (a>0 && b>0)
        if (a>b)
            a = a % b;
        else
            b = b % a;

    if (a>0)
        NWD = a;
    else
        NWD = b;

    printf("NWD = %d\n",NWD);
}
```

Wartość bezwzględna liczby - schemat blokowy

$$|x| = \begin{cases} x \ \ dla \ \ x \geq 0 \\ -x \ \ dla \ \ x < 0 \end{cases}$$





Równanie kwadratowe - schemat blokowy

$$ax^2 + bx + c = 0$$

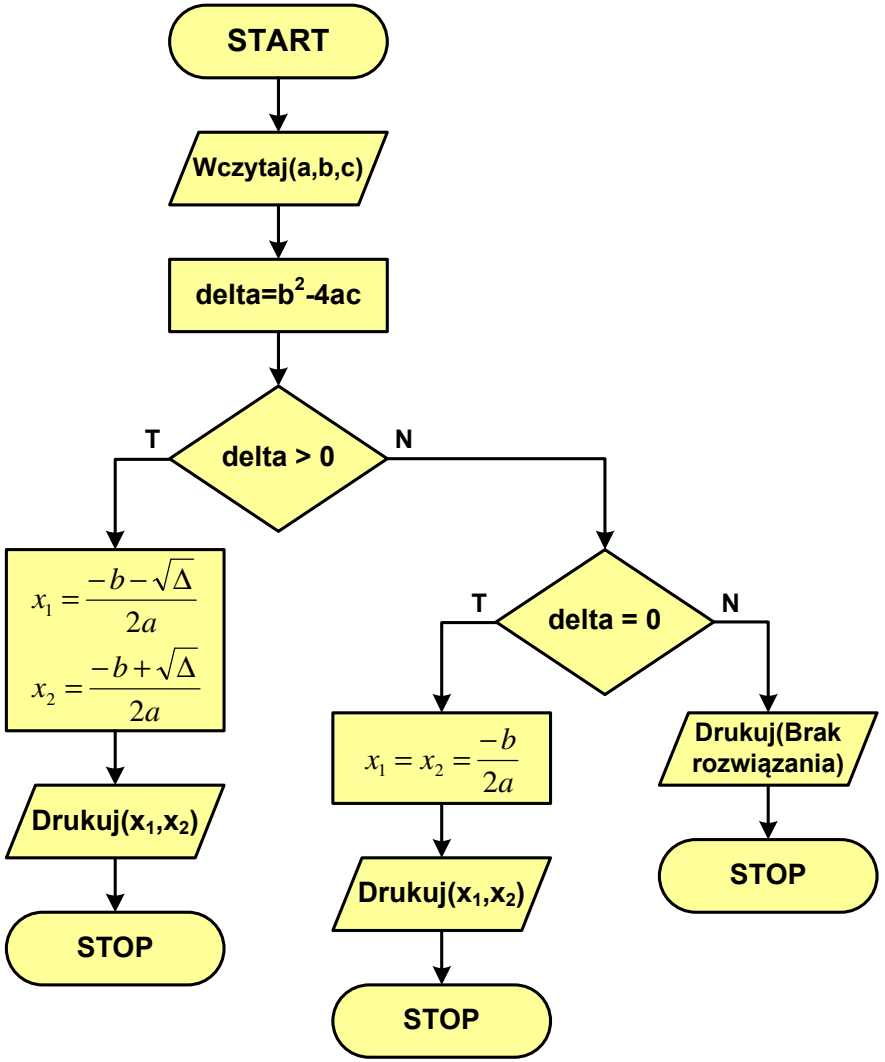
$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$\Delta > 0$:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$\Delta = 0$:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$



Silnia - schemat blokowy

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

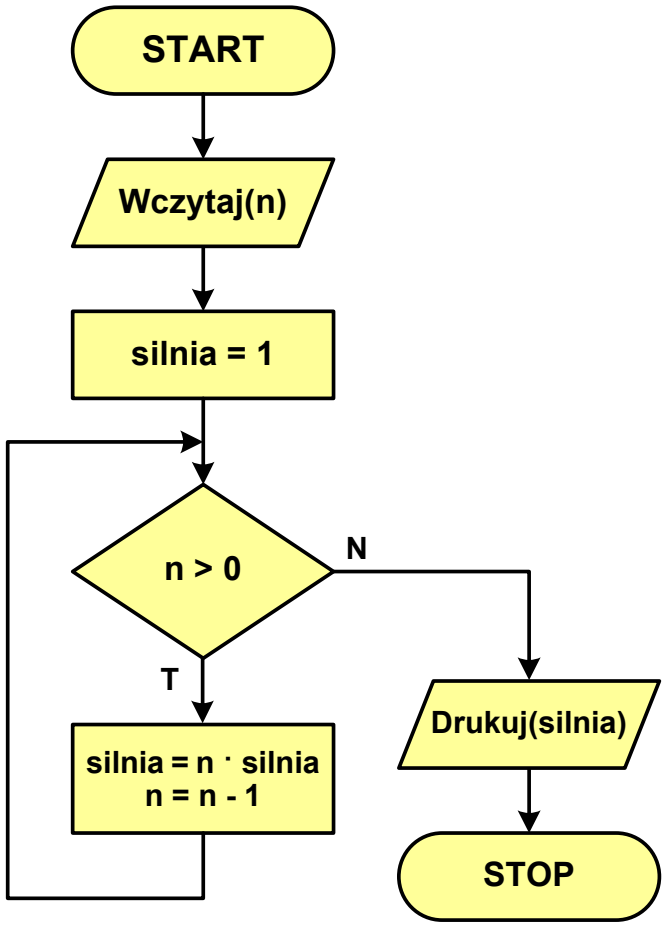
$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\ldots$$

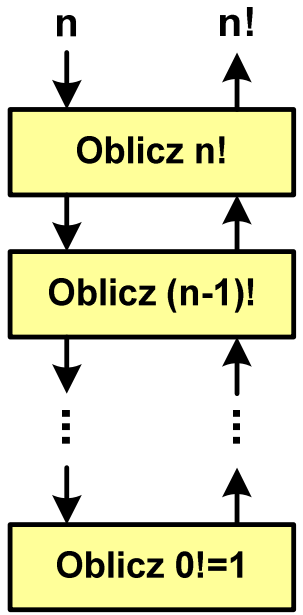


Rekurencja

- Rekurencja lub rekursja - jest to odwoływanie się funkcji lub definicji do samej siebie
- Rozwiązanie danego problemu wyraża się za pomocą rozwiązań tego samego problemu, ale dla danych o mniejszych rozmiarach
- W matematyce mechanizm rekurencji stosowany jest do definiowania lub opisywania algorytmów
- Silnia:

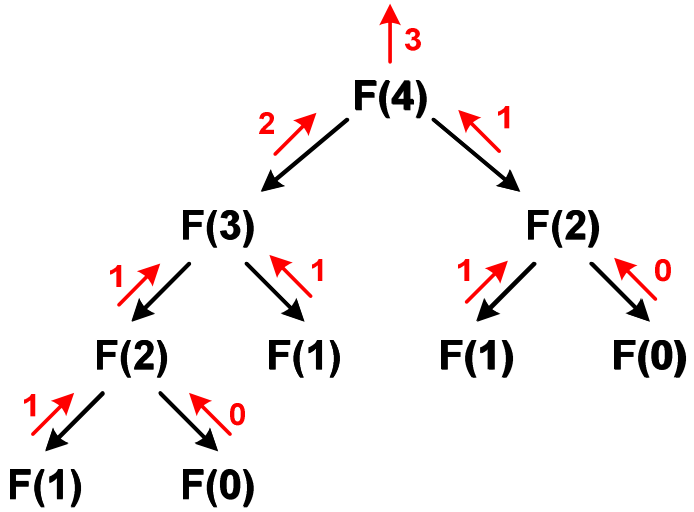
$$n! = \begin{cases} 1 & dla \quad n = 0 \\ n(n-1)! & dla \quad n \geq 1 \end{cases}$$

```
int silnia(int n)
{
    return n==0 ? 1 : n*silnia(n-1);
}
```



Rekurencja - ciąg Fibonacciego

$$F_n = \begin{cases} 0 & dla \quad n = 0 \\ 1 & dla \quad n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & dla \quad n > 1 \end{cases}$$




```
int F(int n)
{
    if (n==0) return 0;
    else
        if (n==1) return 1;
        else
            return F(n-1) + F(n-2);
}
```

Rekurencja - algorytm Euklidesa

$$NWD(a,b) = \begin{cases} a & dla \quad b = 0 \\ NWD(b, a \bmod b) & dla \quad b \geq 1 \end{cases}$$

```
int NWD(int a, int b)
{
    if (b==0)
        return a;
    else
        return NWD(b,a % b);
}
```

Złożoność obliczeniowa

- W celu rozwiązania danego problemu obliczeniowego szukamy algorytmu najbardziej efektywnego czyli:
  - najszybszego (najkrótszy czas otrzymania wyniku)
  - o możliwie małym zapotrzebowaniu na pamięć
- Problem: Jak ocenić, który z dwóch różnych algorytmów rozwiązujących to samo zadanie jest efektywniejszy?
- Do oceny efektywności służy złożoność obliczeniowa algorytmu (koszt algorytmu)
- Złożoność obliczeniowa algorytmu to ilość zasobów potrzebnych do jego działania (czas, pamięć)

Złożoność obliczeniowa

Złożoność czasowa

- Czas wykonania algorytmu wyrażony w liczbie wykonywanych operacji (jednostkach czasu, liczbie cykli procesora) w zależności od wielkości danych
- Jej miarą jest zazwyczaj liczba podstawowych operacji (dominujących) - pozostałe operacje są pomijane
- Podstawowe operacje: porównanie, podstawienie, operacja arytmetyczna

Złożoność pamięciowa

- Jest miarą wykorzystania pamięci (liczba komórek pamięci)
- Wyrażana jest w liczbie bajtów lub liczbie zmiennych określonego typu w zależności od wielkości danych

Złożoność obliczeniowa

- Jeśli wykonanie algorytmu zależne jest od zestawu danych wejściowych, to wyróżnia się:

Złożoność optymistyczna

- Odpowiada danym najbardziej sprzyjającym dla algorytmu

Złożoność średnia (oczekiwana)

- Złożoność uśredniona po wszystkich możliwych zestawach danych, występująca dla „typowych” (losowych) danych wejściowych

Złożoność pesymistyczna

- Odpowiada danym najbardziej niesprzyjającym dla algorytmu

- Przykład: poszukiwanie określonej wartości w N-elementowej, nieposortowanej tablicy liczb

Złożoność obliczeniowa

- Złożoność obliczeniowa algorytmu jest funkcją opisującą zależność między liczbą danych a liczbą operacji wykonywanych przez ten algorytm
- W praktyce stosuje się oszacowanie powyższej funkcji - są to tzw. notacje (klasy złożoności):
  - O (duże O)
  - Ω (omega)
  - Θ (theta)

Notacja O („duże O”)

- Wyraża złożoność matematyczną algorytmu
- Do wyznaczenia złożoności bierze się pod uwagę tylko liczbę dominujących operacji wykonywanych w algorytmie
- W funkcji opisującej złożoność bierze się pod uwagę tylko najistotniejszy składnik, np.

  $f(n) = n^2+2n \rightarrow O(n^2)$ $\quad$ $f(n) = n^2+n-5 \rightarrow O(n^2)$

- Po literze O występuje wyrażenie w nawiasach zawierające literę n, która oznacza liczbę elementów, na których działa algorytm
- W powyższych przykładach dla dużego n wpływ składnika liniowego i stałego na wartość funkcji jest nieistotny w porównaniu ze składnikiem głównym n^2

Notacja O („duże O”)

- Porównanie najczęściej występujących złożoności:

Elementy (n)	O(log n)	O(n)	O(n log n)	$O(n^2)$	$O(n^3)$	$O(2^n)$
10	3	10	33	100	1 000	1024
100	7	100	664	10 000	1 000 000	$1{,}27 \cdot 10^{30}$
1 000	10	1 000	9 966	1 000 000	10^9	$1{,}07 \cdot 10^{301}$
10 000	13	10 000	132 877	10^8	10^{12}	$1{,}99 \cdot 10^{3010}$

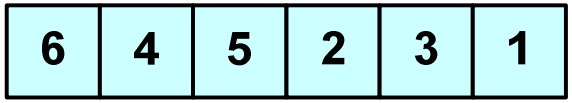
O(log n) - logarytmiczna (np. przeszukiwanie binarne)
O(n) - liniowa (np. porównywanie łańcuchów znaków)
O(n log n) - liniowo-logarytmiczna (np. sortowanie szybkie)
$O(n^2)$ - kwadratowa (np. proste algorytmy sortowania)
$O(n^3)$ - sześcienna (np. mnożenie macierzy)
$O(2^n)$ - wykładnicza (np. problem komiwojażera)

Sortowanie

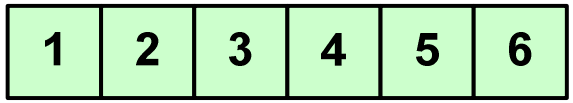
- Sortowanie polega na uporządkowaniu zbioru danych względem pewnych cech charakterystycznych każdego elementu tego zbioru (wartości każdego elementu)
- W przypadku liczb, sortowanie polega na znalezieniu kolejności liczb zgodnej z relacją $\leq$ lub $\geq$

Przykład:

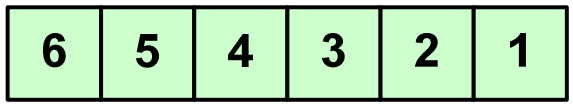
- Tablica nieposortowana:



- Tablica posortowana zgodnie z relacją $\leq$ (od najmniejszej do największej liczby):



- Tablica posortowana zgodnie z relacją $\geq$ (od największej do najmniejszej liczby):



Sortowanie

- W przypadku słów sortowanie polega na ustawieniu ich w porządku alfabetycznym (leksykograficznym)

Przykład:

- Tablica nieposortowana:

Paweł	Piotr	Adrian	Ela	Ola	Henryk

- Tablice posortowane:

Adrian	Ela	Henryk	Ola	Paweł	Piotr

Piotr	Paweł	Ola	Henryk	Ela	Adrian

Sortowanie

- W praktyce sortowanie sprowadza się do porządkowanie danych na podstawie porównania - porównywany element to klucz

Przykład:

- Tablica nieposortowana (imię, nazwisko, wiek):

Piotr	Ola	Paweł	Jan	Ela	Magda
Kowalski	Nowak	Wójcik	Kamiński	Król	Mazur
25	18	23	20	22	15

- Tablica posortowana (klucz - nazwisko):

Jan	Piotr	Ela	Magda	Ola	Paweł
Kamiński	Kowalski	Król	Mazur	Nowak	Wójcik
20	25	22	15	18	23

- Tablica posortowana (klucz - wiek):

Magda	Ola	Jan	Ela	Paweł	Piotr
Mazur	Nowak	Kamiński	Król	Wójcik	Kowalski
15	18	20	22	23	25

Sortowanie

Po co stosować sortowanie?

- Posortowane elementy można szybciej zlokalizować
- Posortowane elementy można przedstawić w czytelniejszy sposób

Klasyfikacje algorytmów sortowania

- Złożoność obliczeniowa algorytmu - zależność liczby wykonywanych operacji od liczebności sortowanego zbioru n
- Złożoność pamięciowa - wielkość zasobów zajmowanych przez algorytm (sortowanie w miejscu - wielkość zbioru danych podczas sortowania nie zmienia się lub jest tylko nieco większa)
- Sortowanie wewnętrzne (odbywa się w pamięci komputera) i zewnętrzne (nie jest możliwe jednoczesne umieszczenie wszystkich elementów zbioru sortowanego w pamięci komputera)

Klasyfikacje algorytmów sortowania

- Algorytm jest stabilny, jeśli podczas sortowania zachowuje kolejność występowania elementów o tym samym kluczu

Przykład:

- Tablica nieposortowana (imię, nazwisko, wiek):

Piotr	Ola	Paweł	Jan	Ela	Magda
Kowalski	Nowak	Wójcik	Kamiński	Król	Mazur
20	18	23	20	18	15

- Tablica posortowana algorytmem stabilnym (klucz - wiek):

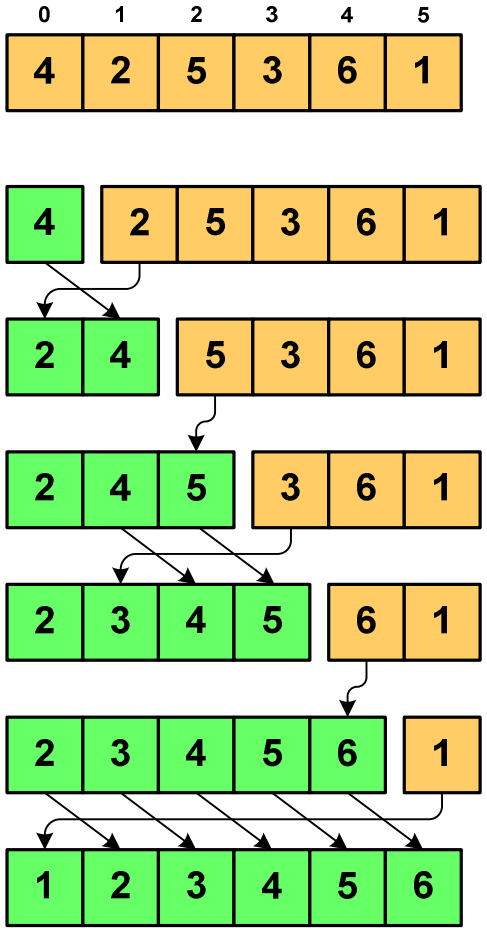
Magda	Ola	Ela	Piotr	Jan	Paweł
Mazur	Nowak	Król	Kowalski	Kamiński	Wójcik
15	18	18	20	20	23

- Tablica posortowana algorytmem niestabilnym (klucz - wiek):

Magda	Ela	Ola	Jan	Piotr	Paweł
Mazur	Król	Nowak	Kamiński	Kowalski	Wójcik
15	18	18	20	20	23

Proste wstawianie (insertion sort)

Przykład:



Program w języku C:

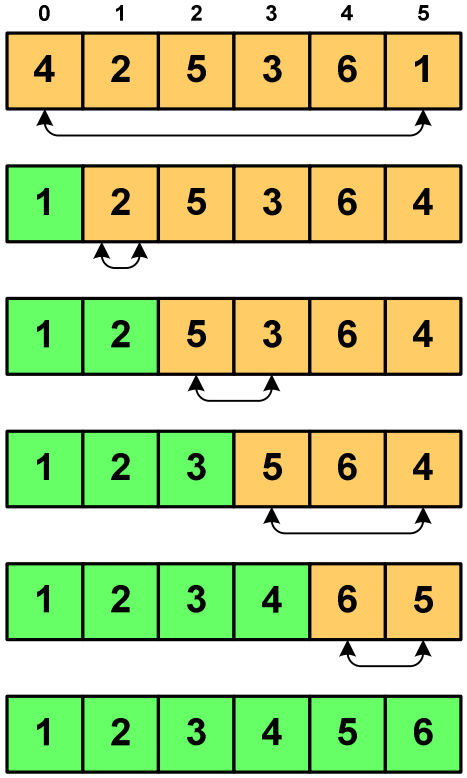
```
int main(void)
{
   int tab[N],i,j,tmp;
   // ...
   for (i=1; i<N; i++)
   {
      j=i;
      tmp=tab[i];
      while (tab[j-1]>tmp && j>0)
      {
         tab[j]=tab[j-1];
         j--;
      }
      tab[j]=tmp;
   }
}
```

Proste wstawianie (insertion sort)

- Złożoność algorytmu: $O(n^2)$
  - \+ wydajny dla danych wstępnie posortowanych
  - \+ wydajny dla zbiorów o niewielkiej liczebności
  - \+ małe zasoby zajmowane podczas pracy (sortowanie w miejscu)
  - \+ stabilny
  - \+ prosty w implementacji
  - – mała efektywność dla normalnej i dużej ilości danych.

Proste wybieranie (selection sort)

Przykład:



Program w języku C:

```
int main(void)
{
   int tab[N],i,j,k,tmp;
   // ...
   for (i=0;i<N-1;i++)
   {
      k=i;
      for (j=i+1; j<N; j++)
         if (tab[k]>=tab[j])
            k = j;
      tmp = tab[i];
      tab[i] = tab[k];
      tab[k] = tmp;
   }
}
```

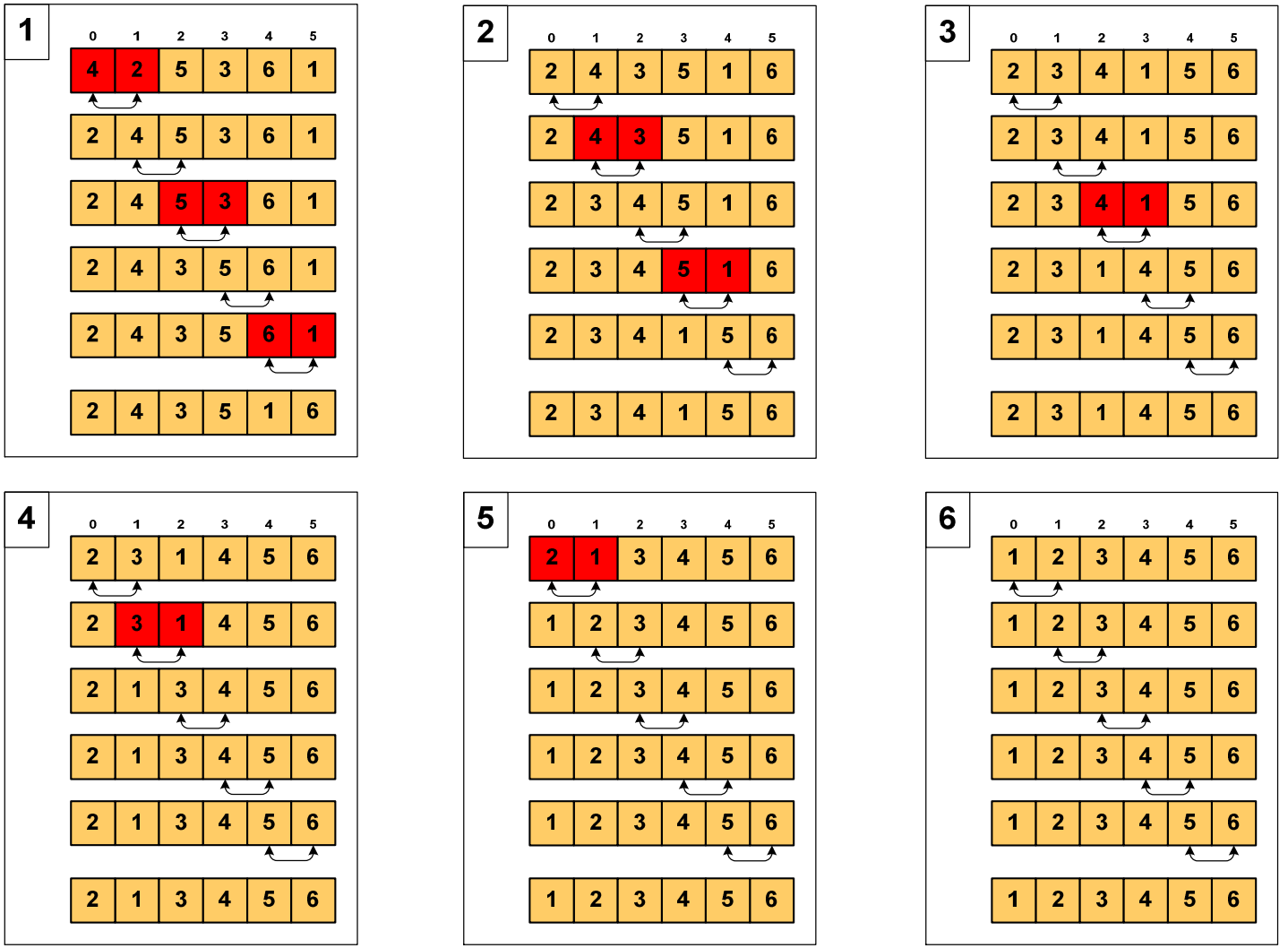
Proste wybieranie (selection sort)

- Złożoność algorytmu: $O(n^2)$
  - \+ szybki w sortowaniu niewielkich tablic
  - \+ małe zasoby zajmowane podczas pracy (sortowanie w miejscu)
  - \+ prosty w implementacji
  - – liczba porównań elementów jest niezależna od początkowego rozmieszczenia elementów w tablicy
  - – w algorytmie może zdarzyć się, że wykonywana jest zamiana tego samego elementu ze sobą.

Bąbelkowe (bubble sort)

- Sortowanie bąbelkowe (ang. bubble sort), nazywane jest także:
  - sortowaniem pęcherzykowym
  - sortowaniem przez prostą zamianę (ang. straight exchange)
- Metoda ta polega na porównywaniu dwóch kolejnych elementów i zamianie ich kolejności jeśli jest to konieczne
- Nazwa metody wzięła się stąd, że kolejne porównania powodują „wypychanie” kolejnego największego elementu na koniec („wypłynięcie największego bąbelka”)

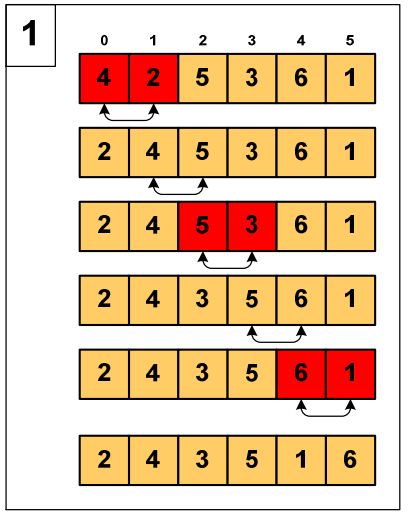
Bąbelkowe (bubble sort)

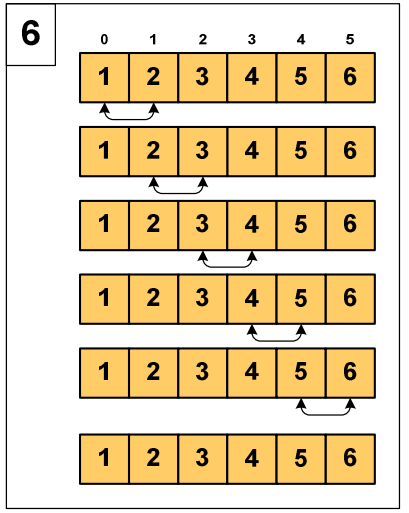


Bąbelkowe (bubble sort)

Program w języku C:

```
int main(void)
{
   int tab[N],i,j,tmp,koniec;
   // ...
   do {
      koniec=1;
      for (i=0;i<N-1;i++)
         if (tab[i]>tab[i+1])
         {
            tmp=tab[i];
            tab[i]=tab[i+1];
            tab[i+1]=tmp;
            koniec=0;
         }
   } while (!koniec);
}
```





Bąbelkowe (bubble sort)

- Złożoność algorytmu: $O(n^2)$
  - \+ prosta realizacja
  - \+ wysoka efektywność użycia pamięci (sortowanie w miejscu)
  - \+ stabilny
  - – mała efektywność.

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - faza dzielenia

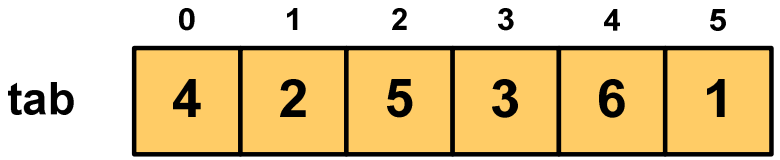
- Tablica jest dzielona na dwie części wokół pewnego elementu x (nazywanego elementem centralnym)
- Jako element centralny x najczęściej wybierany jest element środkowy (choć może to być także element losowy)
- Przeglądamy tablicę od lewej strony, aż znajdziemy element $a_i \geq x$, a następnie przeglądamy tablicę od prawej strony, aż znajdziemy element $a_j \leq x$
- Zamieniamy elementy a_i i a_j miejscami i kontynuujemy proces przeglądania i zamiany, aż nastąpi spotkanie w środku tablicy
- W ten sposób otrzymujemy tablicę podzieloną na lewą część z wartościami mniejszymi lub równymi x i na prawą część z wartościami większymi lub równymi x

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - faza sortowania

- Zawiera dwa rekurencyjne wywołania tej samej funkcji sortowania: dla lewej i dla prawej części posortowanej tablicy
- Rekurencja zatrzymuje się, gdy wielkość tablicy wynosi 1

Przykład:

- Sortujemy 6-elementową tablicę tab:

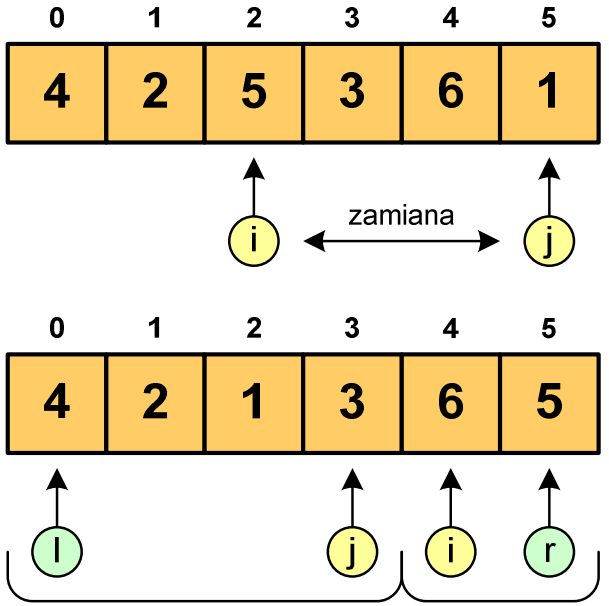


- Wywołanie funkcji QS() ma postać:

```
QS(tab,0,5);
```

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - QS(tab,0,5)

- Element środkowy: (0+5)/2 = 2, x = tab[2] = 5
- Od lewej szukamy tab[i] ≥ x,
  a od prawej szukamy tab[j] ≤ x,
  zamieniamy elementy miejscami
- Poszukiwania kończymy,
  gdy indeksy i, j mijają się

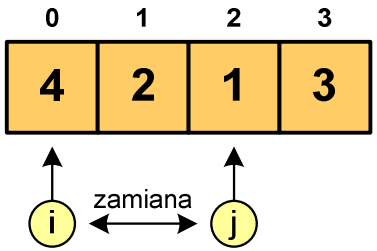


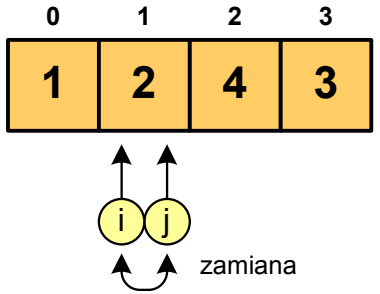
- Wywołujemy rekurencyjnie funkcję QS() dla elementów
  z zakresów [l,j] i [i,r]:

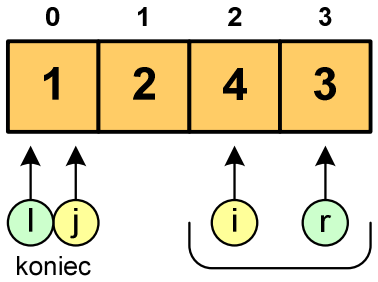
```
QS(tab,0,3);      QS(tab,4,5);
```

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - QS(tab,0,3)

- Element środkowy: (0+3)/2 = 1, x = tab[1] = 2
- Od lewej szukamy tab[i] ≥ x,
  a od prawej szukamy tab[j] ≤ x,
  zamieniamy elementy miejscami
- Poszukiwania kończymy,
  gdy indeksy i, j mijają się





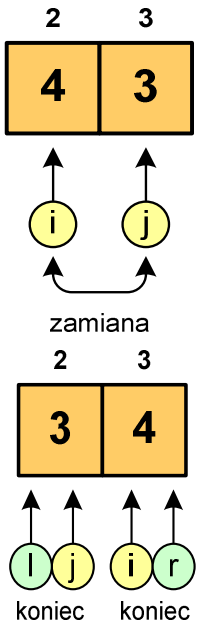


- Wywołanie QS() tylko dla elementów z zakresu [2,3], gdyż po lewej stronie rozmiar tablicy do posortowania wynosi 1:

```
QS(tab,2,3);
```

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - QS(tab,2,3)

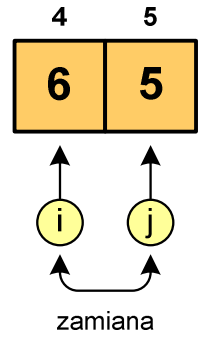
- Element środkowy: (2+3)/2 = 2, x = tab[2] = 4
- Od lewej szukamy tab[i] ≥ x,
  a od prawej szukamy tab[j] ≤ x,
  zamieniamy elementy miejscami
- Poszukiwania kończymy,
  gdy indeksy i, j mijają się



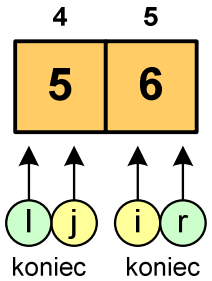
- Rozmiar obu tablic do posortowania wynosi 1 więc nie ma nowych wywołań funkcji QS()

Sortowanie szybkie (Quick-Sort) - QS(tab,4,5)

- Element środkowy: (4+5)/2 = 4, x = tab[4] = 6
- Od lewej szukamy tab[i] ≥ x,
  a od prawej szukamy tab[j] ≤ x,
  zamieniamy elementy miejscami



- Poszukiwania kończymy,
  gdy indeksy i, j mijają się



- Rozmiar obu tablic do posortowania wynosi 1 więc nie ma nowych wywołań funkcji QS()

Sortowanie szybkie (Quick-Sort)

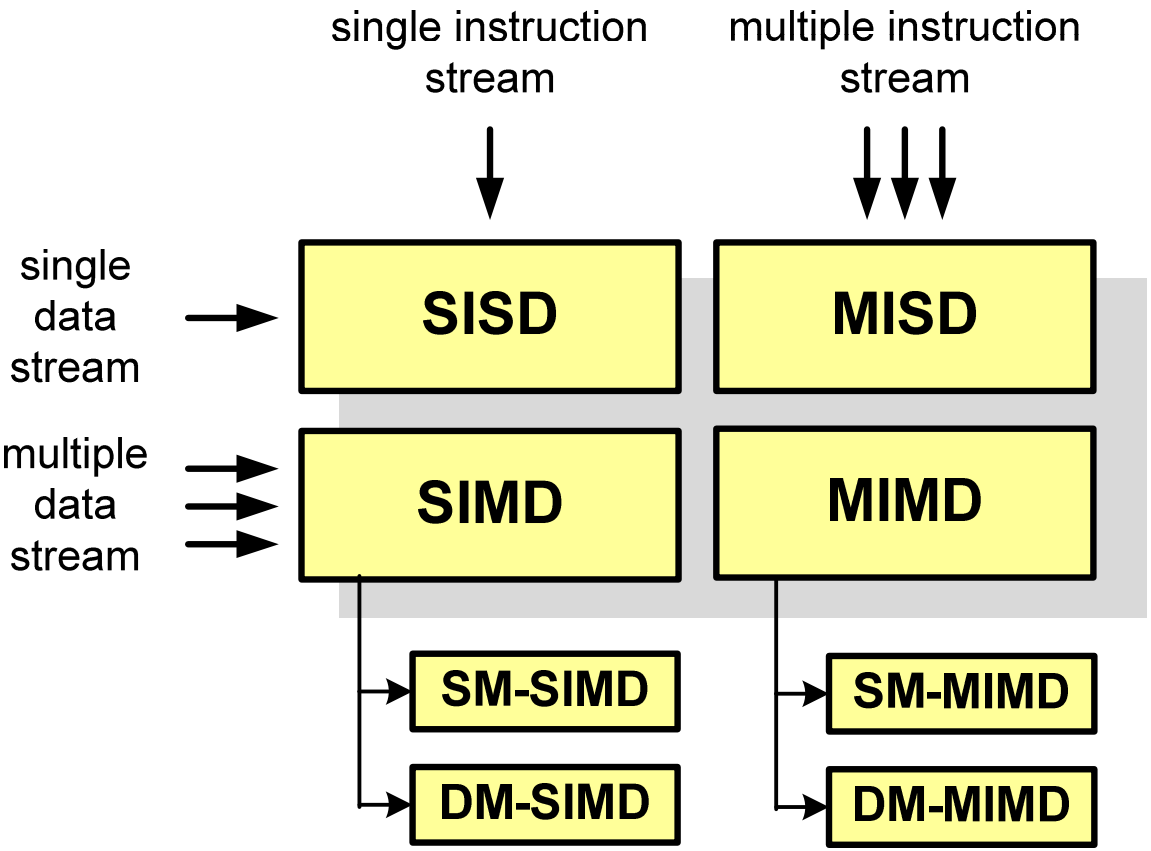
Funkcja w języku C:

```
void QuickSort(int tab[], int l, int r)
{
   int i,j,x,y;

   i=l;
   j=r;
   x=tab[(l+r)/2];
   do
   {
      while (tab[i]<x) i++;
      while (x<tab[j]) j--;
      if (i<=j)
      {
         y=tab[i];
         tab[i]=tab[j];
         tab[j]=y;
         i++; j--;
      }
   } while (i<=j);
   if (l<j) QuickSort(tab,l,j);
   if (i<r) QuickSort(tab,i,r);
}
```

Klasyfikacja systemów komputerowych

- Taksonomia Flynna - pierwsza, najbardziej ogólna klasyfikacja architektur komputerowych (1972):
  - Flynn M.J.: „Some Computer Organizations and Their Effectiveness”, IEEE Transactions on Computers, Vol. C-21, No 9, 1972.
- Opiera się na liczbie przetwarzanych strumieni rozkazów i strumieni danych:
  - strumień rozkazów (Instruction Stream) - odpowiednik licznika rozkazów; system złożony z n procesorów posiada n liczników rozkazów, a więc n strumieni rozkazów
  - strumień danych (Data Stream) - zbiór operandów, np. system rejestrujący temperaturę mierzoną przez n czujników posiada n strumieni danych

Taksonomia Flynna



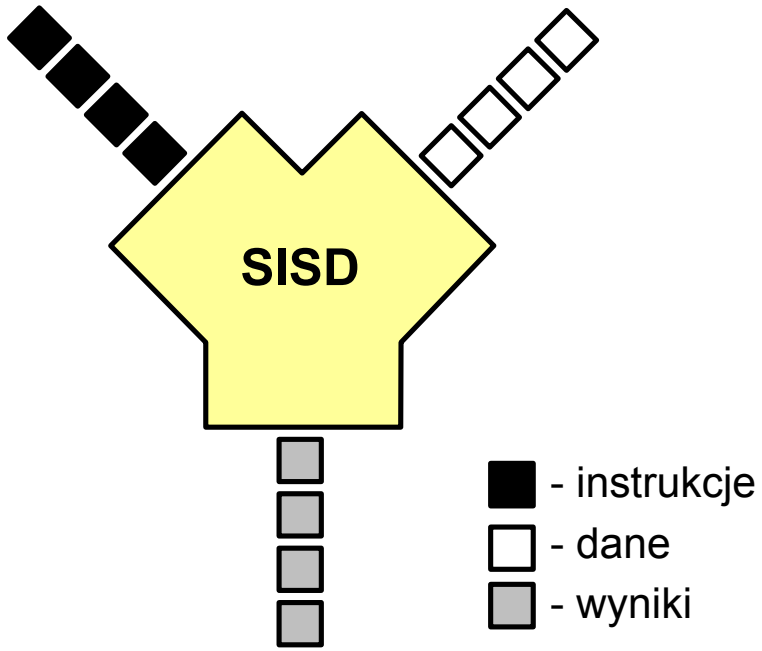
SI - Single instruction
MI - Multiple Instruction

SD - Single Data
MD - Multiple Data

SM - Shared Memory
DM - Distributed Memory

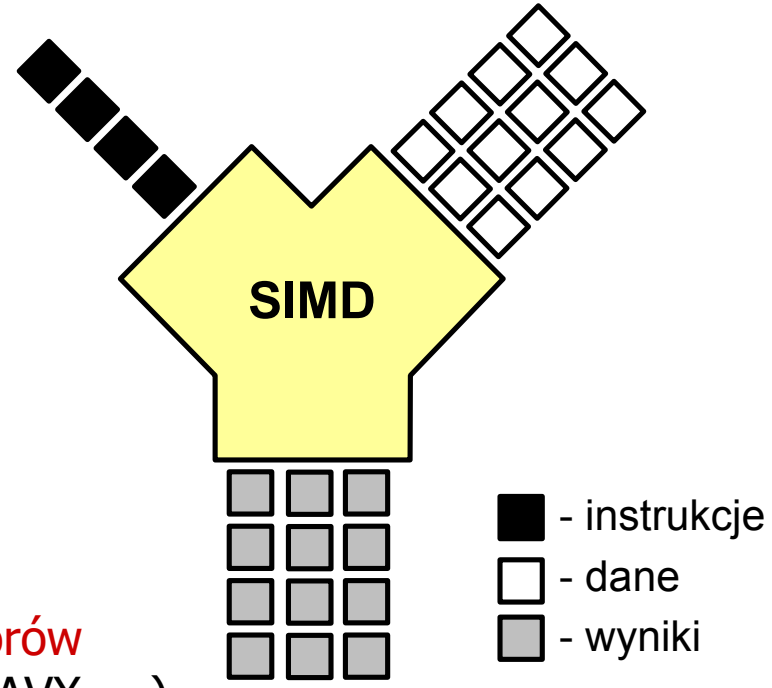
SISD (Single Instruction, Single Data)

- Jeden wykonywany program przetwarza jeden strumień danych
- Klasyczne komputery zbudowane według architektury von Neumanna
- Zawierają:
  - jeden procesor
  - jeden blok pamięci operacyjnej zawierający wykonywany program.



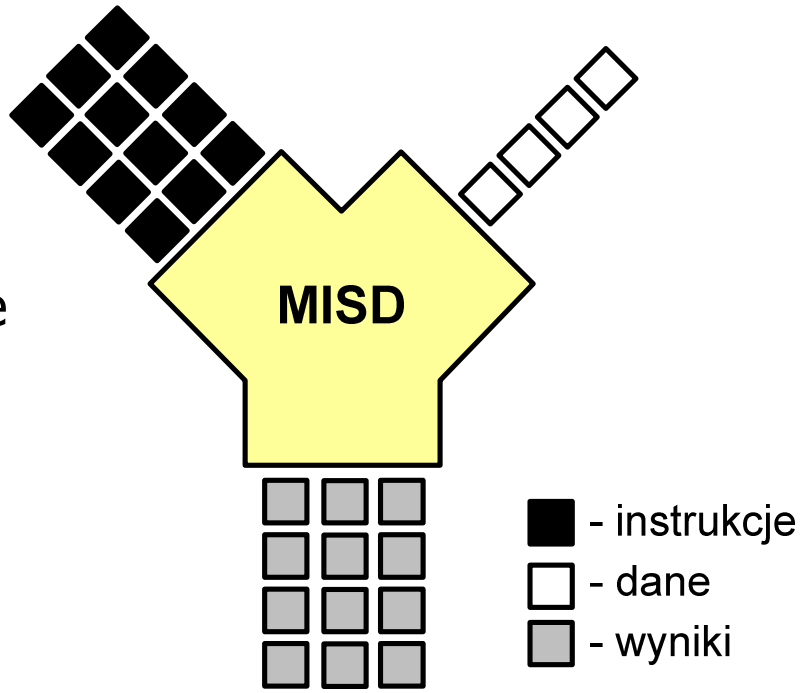
SIMD (Single Instruction, Multiple Data)

- Jeden wykonywany program przetwarza wiele strumieni danych
- Te same operacje wykonywane są na różnych danych
- Podział:
  - SM-SIMD (Shared Memory SIMD):
    - komputery wektorowe
    - rozszerzenia strumieniowe procesorów (MMX, 3DNow!, SSE, SSE2, SSE3, AVX, ...)
  - DM-SIMD (Distributed Memory SIMD):
    - tablice procesorów
    - procesory kart graficznych (GPGPU)



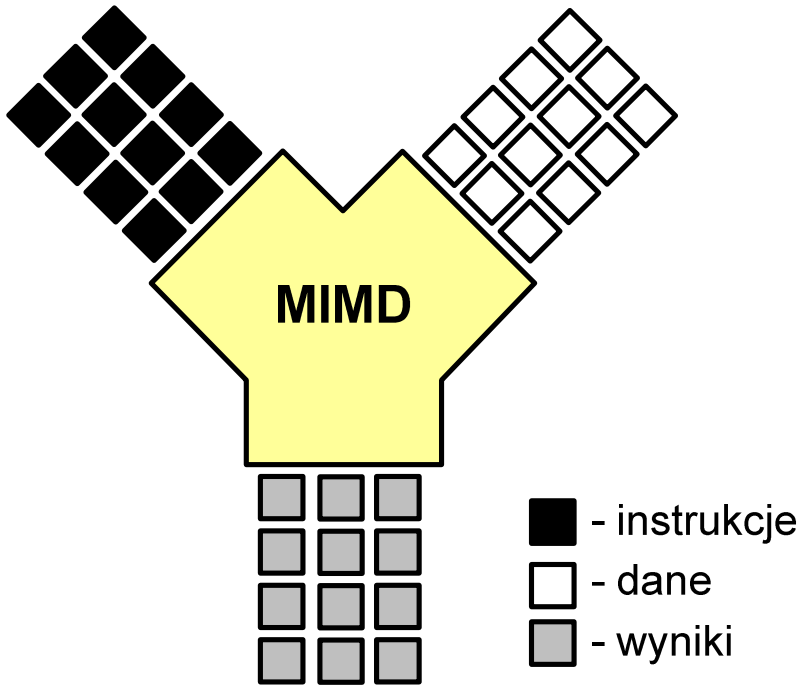
MISD (Multiple Instruction, Single Data)

- Wiele równolegle wykonywanych programów przetwarza jednocześnie jeden wspólny strumień danych
- Systemy tego typu nie są spotykane



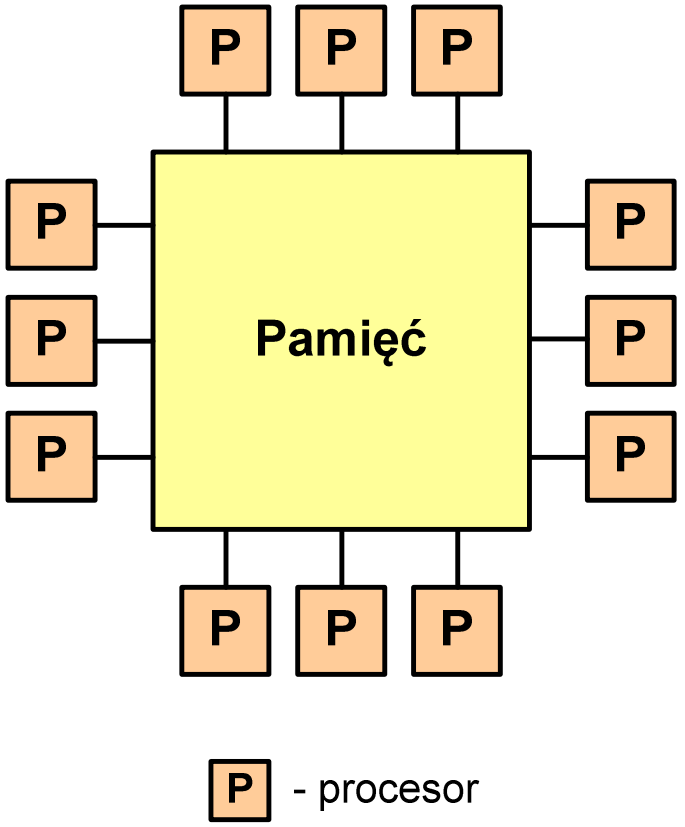
MIMD (Multiple Instruction, Multiple Data)

- Równolegle wykonywanych jest wiele programów, z których każdy przetwarza własne strumienie danych
- Podział:
  - SM-MIMD (Shared Memory):
    - wieloprocesory
  - DM-MIMD (Distributed Memory):
    - wielokomputery
    - klastry
    - gridy



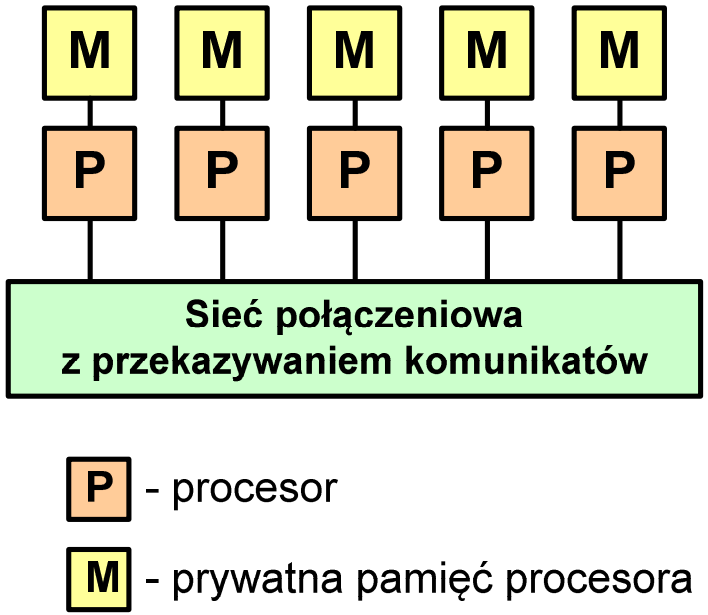
SM-MIMD - Wieloprocesory

- Systemy z niezbyt dużą liczbą działających niezależnie procesorów
- Każdy procesor ma dostęp do wspólnej przestrzeni adresowej pamięci
- Komunikacja procesorów poprzez uzgodniony obszar wspólnej pamięci
- Do SM-MIMD należą komputery z procesorami wielordzeniowymi



DM-MIMD - Wielokomputery

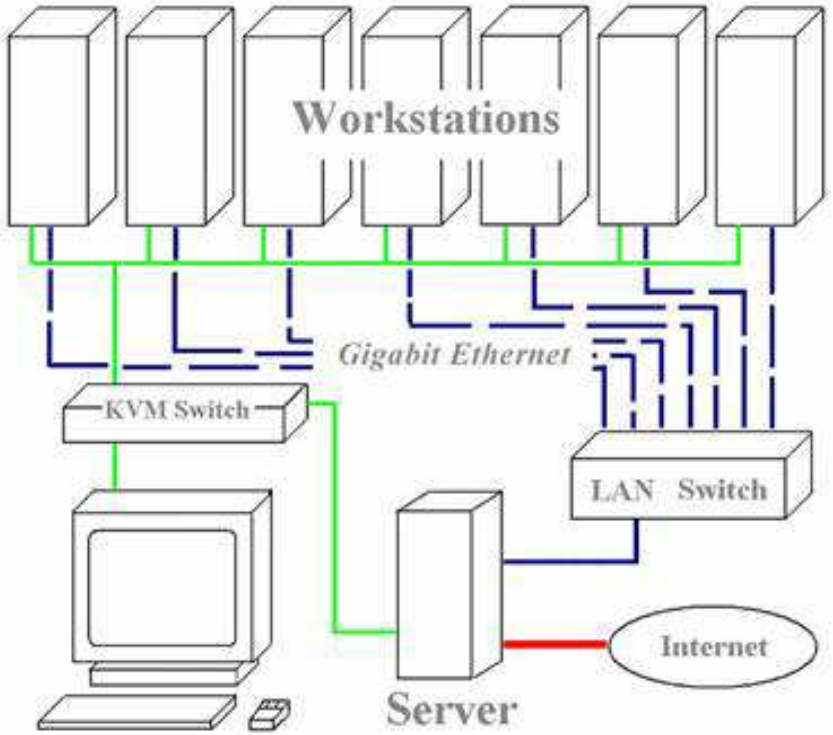
- Każdy procesor wyposażony jest we własną pamięć operacyjną, niedostępną dla innych procesorów
- Komunikacja między procesorami odbywa się za pomocą sieci poprzez przesyłanie komunikatów
- Biblioteki komunikacyjne:
  - MPI (Message Passing Interface)
  - PVM (Parallel Virtual Machine)



DM-MIMD - Klastry

- Klaster (cluster):
  - równoległy lub rozproszonego system składający się z komputerów
  - komputery połączone są siecią
  - używany jest jako pojedynczy, zintegrowany zespół obliczeniowy
- Węzeł (node) - pojedynczy komputer przyłączony do klastra i wykonujący zadania obliczeniowe

źródło:
http://leda.elfak.ni.ac.rs/projects/SeeGrid/see_grid.htm



KVM - Keyboard, Video, Mouse

Koniec wykładu nr 6

Dziękuję za uwagę!